

Homotecias

En geometría se llama *transformación* a la relación que a cada punto del plano le hace corresponder otro.

Las transformaciones que conservan las distancias y los ángulos, se llaman *movimientos* o *isometrías*.

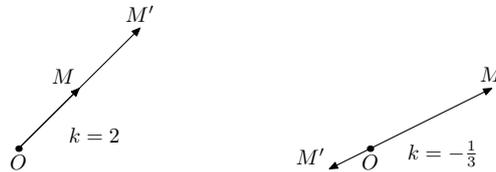
Hay tres tipos:

- Traslaciones
- Giros
- Simetrías

1. Definición

Dado un punto O en el plano y un número $k \neq 0$, se llama *homotecia* de centro O y razón k a la transformación que a un punto M le hace corresponder un punto M' , de manera que:

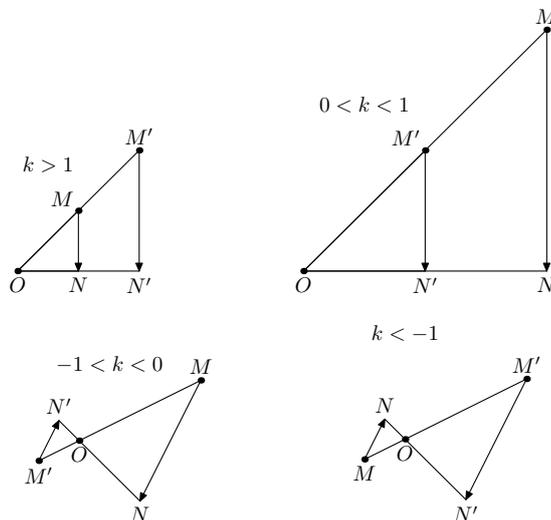
- O , M y M' estén alineados
- $OM' = |k|OM$
- Si $k > 0$, M y M' están en la misma semirrecta de origen O .
- Si $k < 0$, M y M' están en distinta semirrecta de origen O .



2. Propiedades

Las homotecias verifican las siguientes propiedades:

1. Transforma las distancias multiplicándolas por el valor absoluto de la razón de la homotecia, es decir: *cada figura se transforma en otra semejante a ella cuya razón de semejanza es $|k|$.*



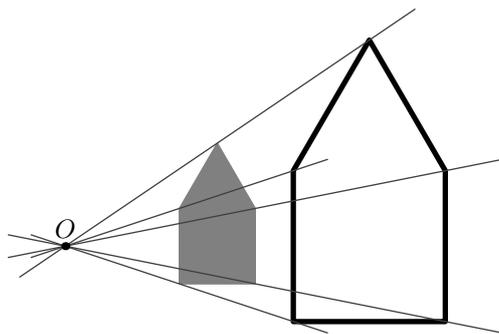
2. El centro de la homotecia O es el único punto *invariante*, esto es *la homotecia transforma ese punto en sí mismo*.
3. Las rectas que pasan por el centro de la homotecia son invariantes.

3. Ejercicios

En los siguientes ejercicios



representa la imagen previa a aplicar la homotecia en el plano. Por ejemplo en



se ha aplicado al plano una homotecia de centro O y razón $r = 2$.

Ejercicio 1. Realizar a la figura una homotecia de centro O y $r = 2,5$.



O

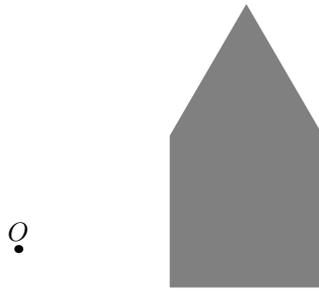
Ejercicio 2. Realizar a la figura una homotecia de centro O y $r = -2$.



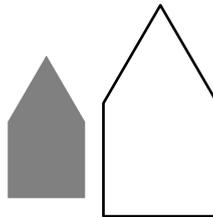
Ejercicio 3. Realizar a la figura una homotecia de centro O y $r = 2$.



Ejercicio 4. Realizar a la figura una homotecia de centro O y $r = \frac{1}{3}$.



Ejercicio 5. Las dos figuras se corresponden mediante una homotecia. Determinar el centro de la homotecia y la razón.



Ejercicio 6. Las dos figuras se corresponden mediante una homotecia. Determinar el centro de la homotecia y la razón.



Ejercicio 7. Utiliza **GeoGebra** para realizar una homotecia al polígono de vértices $(3, 0) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (3, 0)$ de centro $O(0, 1)$ y razón $k = 2$. Pega el resultado en el cuaderno. Determina el área de los polígonos.

Ejercicio 8. Utiliza **GeoGebra** para realizar una homotecia al polígono de vértices $(3, 0) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (3, 0)$ de centro $O(5, 1)$ y razón $k = 3$. Pega el resultado en el cuaderno. Determina el área de los polígonos.

Ejercicio 9. Utiliza **GeoGebra** para realizar una homotecia al polígono de vértices $(3, 0) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (3, 0)$ de centro $O(5, 1)$ y razón $k = -2$. Pega el resultado en el cuaderno. Determina el área de los polígonos.

Ejercicio 10. Utiliza **GeoGebra** para realizar una homotecia al polígono de vértices $(3, 0) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (3, 0)$ de centro $O(3, 0)$ y razón $k = -1$. Pega el resultado en el cuaderno. Determina el área de los polígonos.

Ejercicio 11. Investiga los últimos ejercicios, los realizados con **GeoGebra**, para determinar la relación entre el área del polígono $(3, 0) \rightarrow (3, 1) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (4, 1) \rightarrow (5, 0) \rightarrow (3, 0)$ y el área del polígono que resulta de la homotecia aplicada.